

Ιστορία των Μαθηματικών.

ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ρω. από σημείο εκτός ευθείας μπορούμε να φέρουμε περισσότερες από μια παράλληλες προς την ευθεία.



Gauss (1777-1855)

Janos Bolyai (1802-1860)

Nikolai Lobachevsky (1795-1856)
1822
1829

ΘΕΩΡΗΜΑ Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι πάντα μικρότερο από 2 ορθές. Το πόσο μικρότερο εξαρτάται από το εμβαδό του τριγώνου.

Ισχύει $E = R^2(\pi - \alpha - \beta - \gamma)$



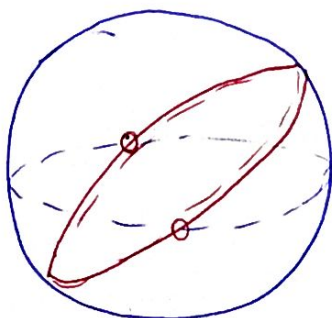
Έλληνας
Ο αρχαιότερος μαθηματικός
που κείμενά του έφτασαν
ως τις μέρες μας.

ΘΕΩΡΗΜΑ Όμοια τρίγωνα είναι ίσα.

Σφαιρικά: 1) (σώζεται το βιβλίο) του Αυτόλυκου (360-290πΧ)
~330πΧ

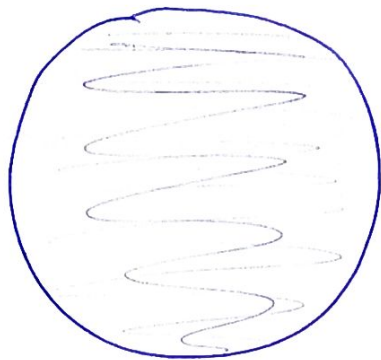
2) Θεωδώσιου

3) Μενελάου



● ευθείες \leftrightarrow μέγιστος κύκλος.

Μοντέλο της Υπερβολικής Γεωμετρίας του Poincaré (1854-1912)

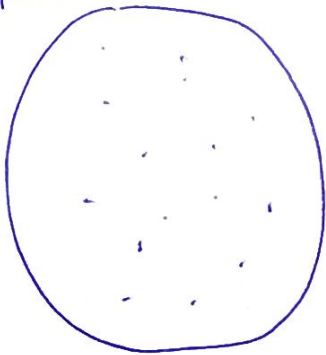


Σημεία: Τα εσωτερικά σημεία ενός δίσκου.

Ευθείες: 1) Ανοιχτές διαμέτρους του κύκλου (χωρίς τα ακραία σημεία τους)

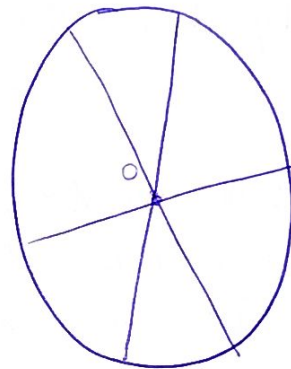
2) Ανοιχτά τόξα κύκλων που τέμνουν κάθετα τον αρχικό κύκλο.

Σημεία

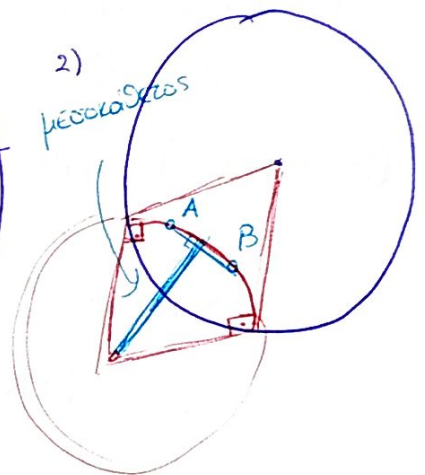


Ευθείες:

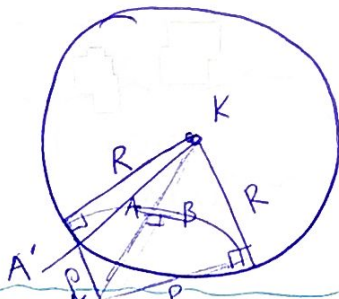
1)



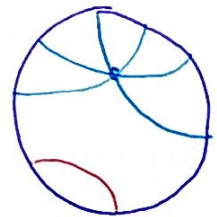
2) μέσολαβός



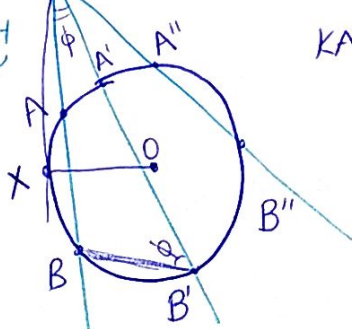
ΠX



$$KA \cdot KA' = R^2$$



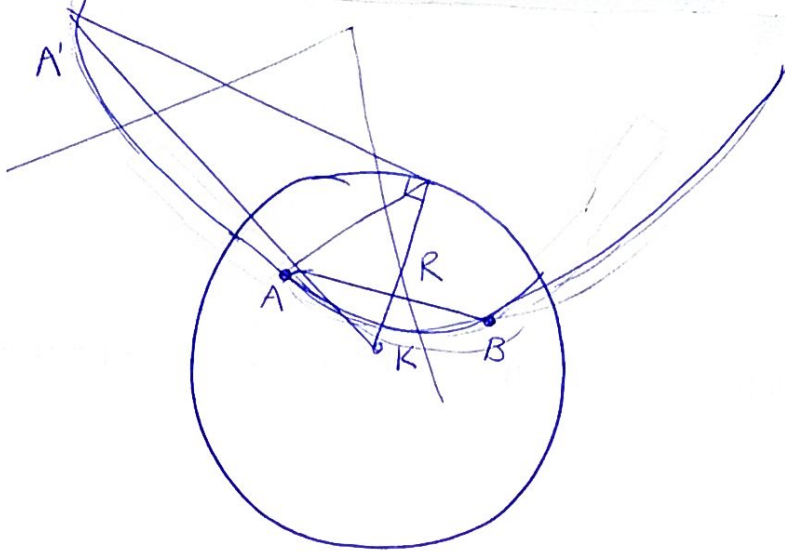
ΣΗΜΕΙΩΣΗ



$$KA \cdot KB = KA' \cdot KB'$$

$$KAA' \sim KBB'$$

$$\frac{KA}{KA'} = \frac{KB'}{KB} \Leftrightarrow KA \cdot KB = KA' \cdot KB'$$



Riemann (1826-1866)

Ελλειπτική Γεωμετρία

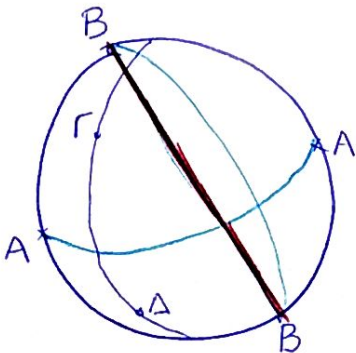
P₀: από σημείο προς ευθεία δεν μπορούμε να φέρουμε παράλληλη.

ΘΕΩΡΗΜΑ Κάθε ευθεία γραμμή έχει το ίδιο πεπερασμένο μήκος

ΘΕΩΡΗΜΑ Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι πάντα μεγαλύτερο των δύο ορθών. Το πόσο μεγαλύτερο εξαρτάται από το εμβαδό $E = R^2(\alpha + \beta + \gamma - \pi)$

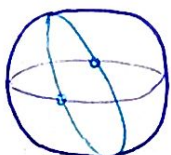
ΘΕΩΡΗΜΑ Όμοια τρίγωνα είναι ίσα.

Μοντέλο του Felix Klein (1849-1925)



Σημεία: 1) Σημεία του εσωτερικού του δίσκου
και
2) ζευγάρια αντιδιαμετρικών σημείων πάνω στον κύκλο.

Ευθείες: 1) Διαμέτροι του κύκλου
2) Τόξα κύκλων που τέμνουν τον αρχικό σε αντιδιαμετρικά σημεία.



Ευθείες - μέγιστοι κύκλοι
σημεία: ζεύγη αντιδιαμετρικών σημείων

Ελλειπτική Γεωμετρία $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$

Hilbert (1862-1943)

1899 - Αξιοματική Θεμελίωση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας

Επακολούθησαν παρουσιάσεις εργασιών
από φοιτητές.